

THÈME 2 : LA TERRE, UN ASTRE SINGULIER

Chapitre 1 : La forme de la Terre



Activité 1 : La taille de la Terre, une première méthode

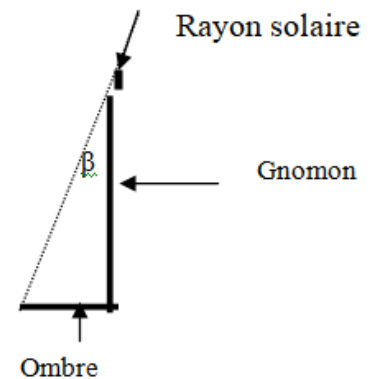
Vous disposez des documents ci-dessous pour répondre aux questions.

Document 1 : Observations

Dans la ville de Syène (actuellement ville d'Assouan) le jour du solstice d'été (21 juin de notre calendrier) à midi, le soleil se réfléchit sur l'eau d'un puits profond et étroit. De plus, si on plante un bâton (gnomon) dans le sol, celui-ci n'a pas d'ombre.



Ce même jour, à Alexandrie (nord de l'Égypte) et à la même heure, un gnomon (bâton) de hauteur 1 m a une ombre mesurant 12,5 cm. Enfin, les caravanes mettent cinquante jours pour venir de Syène à Alexandrie. En estimant que ces chameaux parcourent 100 stades par jour, on calcule la distance entre les deux villes : environ 5000 stades, soit 800 km.



Document 2 : Deux modèles du système Terre/Soleil pour interpréter les observations

Pour interpréter cette observation, on peut proposer deux modèles différents reformulés à partir de réflexions de savants antiques :

Modèle 1 (inspiré d'Anaxagore, env. -500) :

- la Terre est plate ;
- le Soleil est un astre très petit (presque ponctuel) situé à une faible distance de la Terre ;
- A midi, une fois dans l'année, Syène est exactement sous le Soleil, tandis qu'Alexandrie en est un peu plus éloignée.

Modèle 2 (inspiré d'Ératosthène, env. -290) :

- la Terre est sphérique ;
- le Soleil est à une très grande distance de la Terre, si bien que le faisceau de lumière solaire qui nous parvient peut être modélisé par une infinité de rayons lumineux parallèles.

Questions

1. On donne les deux schémas ci-dessous :

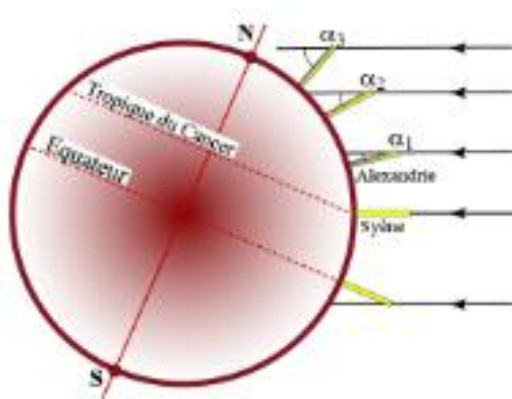


Schéma A

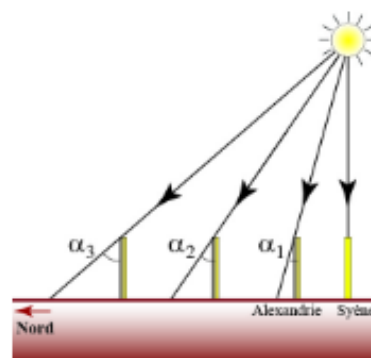


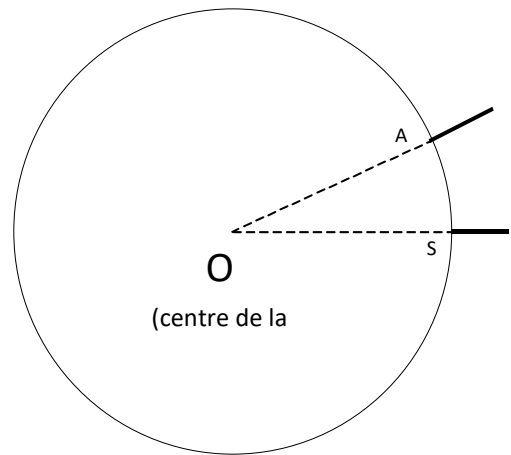
Schéma B

Quel schéma correspond au modèle d'Anaxagore ? Au modèle d'Ératosthène ?

2. Anaxagore avait calculé que le Soleil, une petite boule de feu de 60 km de diamètre, flottait dans l'air à 6500 kilomètres. On sait aujourd'hui que la distance entre le Soleil et la Terre vaut approximativement 150 millions de kilomètres. La mesure d'Anaxagore est-elle fautive à cause de ces hypothèses ? des observations faites ?

Ératosthène mesura :

- la distance Syène – Alexandrie : $SA = 800 \text{ km}$.
 - l'angle entre les rayons solaires et le bâton planté à Alexandrie : $\alpha_1 = 7,2^\circ$.
3. Sur le schéma ci-contre correspondant au modèle d'Ératosthène (O représente le centre de la Terre), représenter l'angle α_1 .
 4. Représenter l'angle au centre α_2 entre les deux droites (OS) et (OA) et expliquer par un argument géométrique pourquoi cet angle a la même valeur que α_1 .
 5. La distance SA correspond à un angle au centre α_2 , de même que le périmètre (longueur d'un tour complet) correspond à un angle de 360° .
 6. En utilisant la proportionnalité entre l'angle au centre et la distance sur le cercle, exprimer le périmètre P en fonction de SA, de α_2 et de la valeur 360° . Calculer ce périmètre.
 7. Sachant que la relation entre le périmètre P et le rayon R d'un cercle est $P = 2\pi R$, en déduire le rayon de la Terre.
 8. La valeur du rayon terrestre aujourd'hui admise est $R_T = 6,38.103 \text{ km}$. Sachant que la mesure d'Ératosthène a été réalisée il y a plus de deux mille ans, que pensez-vous de son résultat ?

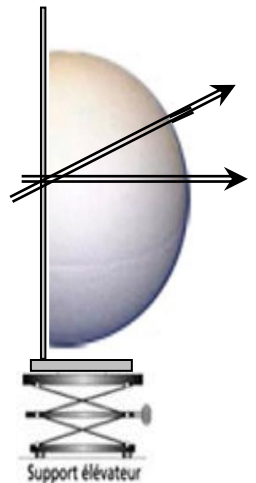


Reconstitution de la situation à l'aide d'une maquette (partie expérimentale)

Afin d'illustrer la méthode suivie par Ératosthène on va reconstituer la mesure dans la salle de classe à l'aide d'une maquette de la Terre. L'objectif sera ici de déterminer le rayon d'une sphère en polystyrène, de rayon inconnu, représentant la Terre.

1. Quelle source de lumière pour représenter le Soleil ?

On dispose de trois sources lumineuses : un laser, un rétroprojecteur, une lampe de bureau
 En procédant par élimination, indiquer laquelle de ces trois sources peut jouer le rôle du Soleil..



.....
 Où faut-il placer cette source par rapport à la sphère représentant la Terre ?

2. Positionnement de la sphère

On dispose d'un support qui permet de placer la sphère sur la paille. Le point S sur cette sphère représente la position de la ville de Syène.

On souhaite positionner la sphère de sorte qu'elle représente la Terre dans le modèle d'Ératosthène. Où doit se trouver le point S ?

3. Simulation du bâton planté à Alexandrie

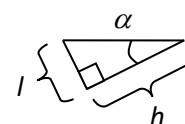
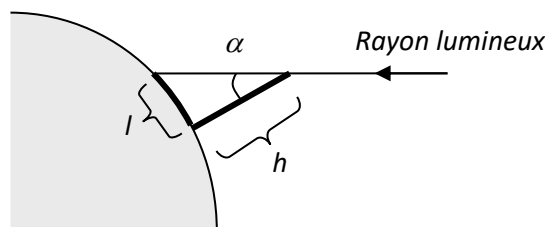
On dispose d'une aiguille pour représenter le bâton planté à Alexandrie. Planter cette aiguille « verticalement » en un point A situé « au Nord » du point représentant Syène, de sorte que son ombre ait une longueur inférieure à 2cm.

4. Mesures

a) Mesurer la hauteur h de l'aiguille dépassant du polystyrène ainsi que la longueur l de son ombre.
 $h = \dots\dots\dots$ $l = \dots\dots\dots$

b) En déduire la valeur de l'angle α entre les rayons lumineux émis par la source de lumière et l'aiguille.

Pour le calcul de α , on pourra faire l'approximation suivante : puisqu'on a fait en sorte que l'ombre de l'allumette ne soit pas trop grande (par rapport au rayon de la sphère), on considère que cette ombre est sur un segment perpendiculaire à l'aiguille (alors qu'en toute rigueur elle est sur un arc de cercle). En déduire SA puis le rayon de la sphère de polystyrène. Vérifier la valeur trouvée.



Activité 2 : La taille de la Terre, pour définir le mètre !

La motivation à « mesurer la Terre » a parfois été gouvernée par des raisons politiques. Ce fut en particulier le cas lors de la révolution française : il s'agissait de définir des unités universelles qui devaient s'appuyer autant que possible sur des « objets » n'appartenant à personne ni à aucune nation.

Pour comprendre le lien entre la mesure de la Terre et le mètre, regardez d'abord cette animation :

http://www.lacartoonerie.com/cartoon/id1247866348_dessin-anime-naissance-metre

Utiliser ensuite les documents ci-dessous pour répondre aux questions.

Document 1 : un peu d'histoire.

Pendant la période agitée de la révolution française, il fut question de transformer la vie du peuple français et de le libérer du joug de la monarchie. La monnaie, le calendrier, la semaine de sept jours et même l'heure de 60 minutes n'y coupèrent pas. Il était question en outre de définir une nouvelle unité unique afin d'harmoniser les systèmes de mesure et d'ouvrir le marché du commerce.

A l'époque, il existait environ 250 000 unités de poids et de longueur : le pied, le point, ... Certaines différaient même d'une province à l'autre, souvent pour accommoder les intérêts des seigneurs locaux. D'ailleurs, la plupart des « cahiers de doléances » de l'époque demandaient l'établissement d'une unité de mesure unique.

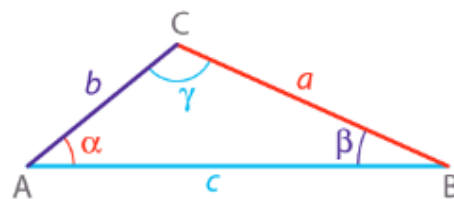
Deux scientifiques de renom, Pierre Méchain et Jean-Baptiste Delambre astronomes et mathématiciens, furent chargés par le gouvernement révolutionnaire français (Convention Nationale) d'établir un système de mesures universel, valable « pour tous les temps et pour tous les peuples » qui n'ait plus pour modèle l'homme mais le seul vrai patrimoine commun de l'humanité : la Terre.

Delambre et Méchain ont décidé de mesurer avec précision la longueur d'un méridien ou d'une portion de celui-ci en toises. Le choix s'est porté sur le méridien passant par la capitale française et la mesure prévue entre Dunkerque et Barcelone. À la fin du mois de juin 1792, ils partirent de Paris dans les deux directions opposées.

Document 2 : Formules mathématiques

La somme des trois angles d'un triangle vaut 180° . Grâce à la loi des sinus, la connaissance d'un côté (qu'on appelle alors la base) et de deux angles permet de connaître la longueur des deux autres côtés.

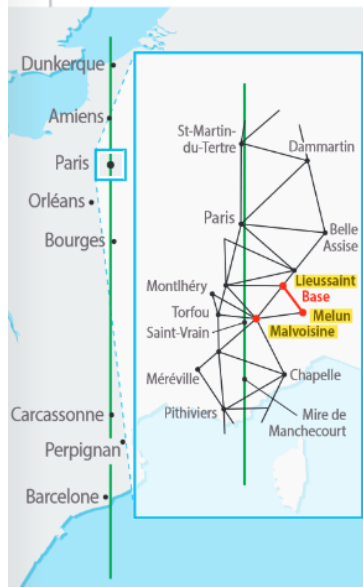
- **Loi des sinus** : les sinus des angles d'un triangle quelconque et les longueurs des côtés obéissent à une loi mathématique.



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Document 3 : la méthode !

D'un point de vue mathématique, il est possible de tout savoir d'un triangle à partir du moment où l'on connaît les valeurs de deux de ses angles ainsi que la longueur de l'un de ses côtés.

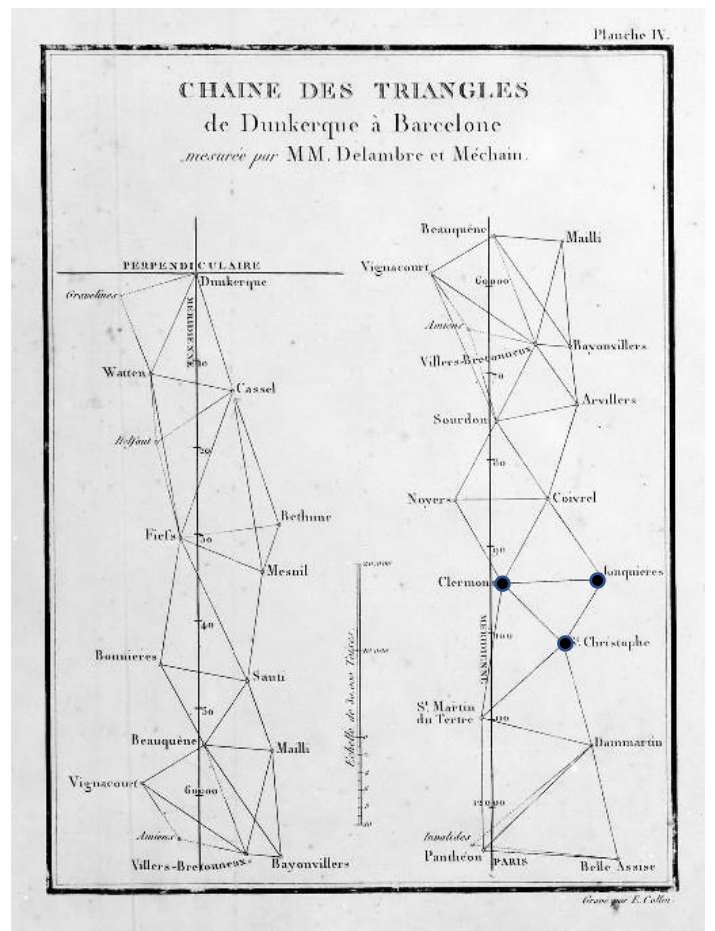


Les deux astronomes déterminent ainsi une longueur de base : ils choisissent la distance Lieussaint-Melun, deux villes proches de Paris, qu'ils mesurent au sol avec une grande précision. Toutes les autres mesures ne seront ensuite plus que des mesures d'angles, plus faciles à réaliser par visée.

À partir des extrémités de la base, ils peuvent alors viser Malvoisine et, de la mesure des angles, déduire la distance Lieussaint-Malvoisine. Celle-ci constitue la base formée par ces deux villes d'un nouveau triangle dont le sommet sera Monthéry, et ainsi de suite.

Pour mesurer l'arc de méridien entre Dunkerque et Barcelone, Jean-Baptiste Delambre et Pierre Méchain vont former une chaîne ininterrompue d'une centaine de triangles encadrant la portion de méridien.

Les scientifiques annoncent leurs résultats en 1799 : la distance mesurée entre Dunkerque et Barcelone est 551 475,4 toises, et la différence de latitude entre ces deux villes est $9^{\circ} 40' 25''$.



Source gallica.bnf.fr / Observatoire de Paris

Document 4 : les résultats.

Au milieu de l'année 1799, le comité de scientifique annonça les résultats. « L'arc du méridien entre Dunkerque et Barcelone est de $9^{\circ}40'25,40''$. Il mesure 551 584,72 toises. Par conséquent, un quart du méridien mesure 5 130 740 toises et le mètre mesure 443 296 lignes de la toise ». (Utilisée en France sous l'Ancien Régime, la toise mesure **1,949 mètre**)

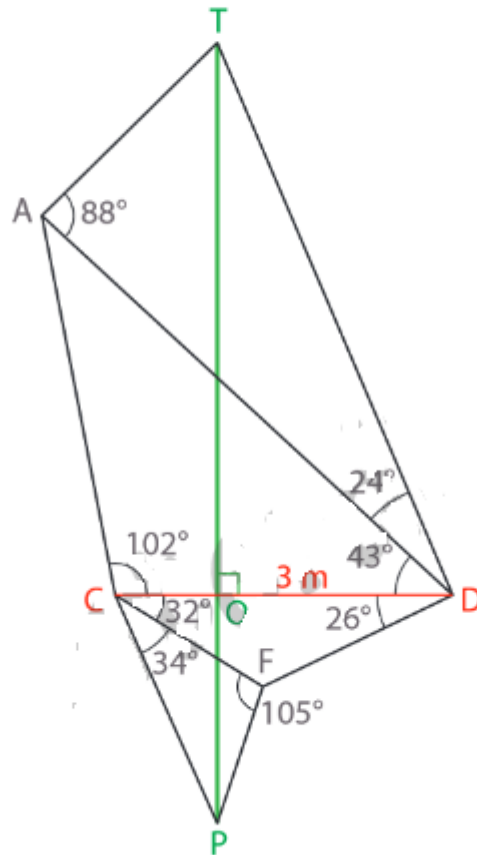
Un mètre-étalon en platine fut alors fabriqué pour servir de référence pour un système de mesure universel. Le mètre avait déjà été adopté par la France dès le 7 avril 1795 comme mesure de longueur officielle.

1. Par qui, quand et comment la décision de créer le mètre est-elle prise ?
2. Donner la première définition choisie du mètre.
3. Dans l'exemple du document 3, sachant que la « base » est la distance entre Lieussaint et Melun, quels angles doivent être mesurés ?
4. Pourquoi ne mesure-t-on pas directement les distances à la règle ?
5. Quel appareil utilisent les scientifiques pour mesurer les angles ?
6. Qu'est-ce qu'un méridien ? Pourquoi le choisir pour définir le mètre ?
7. Pourquoi avoir mesuré la distance entre Dunkerque et Barcelone ?
8. Expliquer et faire explicitement le calcul qui permet d'avoir la longueur du quart de méridien (document 4).
9. Expliquer pourquoi ne connaître qu'une seule distance mesurée avec précision est suffisant pour calculer la distance entre Dunkerque et Barcelone.
10. Delambre et Méchain consignent dans leur ouvrage que, dans le triangle 28 formé par les villes de Clermont, Jonquières et Saint-Christophe (indiquées dans le document 3), les angles mesurés à la base sont $49^{\circ}18'59''$ à Clermont et $53^{\circ}5'26''$ à Jonquières. La distance séparant Clermont et Jonquières vaut 11765 toises. Calculer grâce à la méthode de triangulation la distance entre Jonquières et Saint-Christophe. On fera un schéma.

Exercice

Un groupe d'élèves a voulu mesurer la distance du tableau (T) à la porte (P) de la salle à l'aide de la méthode de triangulation plane.

Leurs résultats sont présentés sur le schéma suivant.



► Quelle est la valeur de la distance TP ?