Lois de Kepler

Modèle des mouvements dans un champ de gravitation

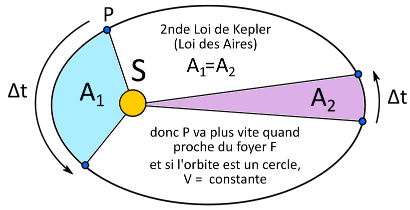
Champ de validité

Le mouvement est décrit dans le référentiel constitué par l'objet attracteur (référentiel héliocentrique pour le mouvement des planètes du système solaire, référentiel géocentrique pour la lune et pour les satellites artificiels en orbite autour de la Terre).
La masse du satellite est toujours considérée très petite devant celle de l'objet attracteur. Dans ces conditions, le référentiel d'étude est galiléen pour le mouvement étudié. Seule l'interaction avec l'objet attracteur est prise en compte. Négliger l'action de tous les autres astres ou planètes est d'autant plus justifié qu'ils sont beaucoup plus éloignés que ne l'est l'objet attracteur et/ou qu'ils ont une masse bien plus faible.

1- Propriétés du mouvement : lois empiriques de Kepler

Les situations entrant dans le champ de validité défini ci-dessus peuvent être décrites par les 3 lois de Kepler (énoncées pour les mouvements des planètes dans le système solaire) :
Dans le référentiel héliocentrique :

1. **Loi des orbites**
   La trajectoire du centre de chaque planète est une ellipse dont le centre du soleil occupe un des foyers.
2. **Loi des aires**
   Le segment de droite reliant le centre du soleil au centre de chaque planète balaie des aires proportionnelles à la durée mise pour les parcourir.

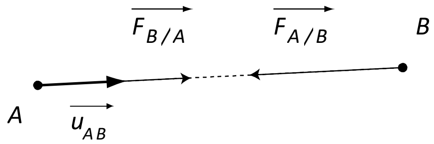


3. **Lois des périodes**
   Quelle que soit la planète considérée, le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ entre le carré de la période de révolution et le cube du demi-grand axe de l'ellipse est constant. Ce rapport dépend de l'astre attracteur. (La période de révolution est la durée nécessaire pour que le satellite fasse une révolution complète)

2- Étude du mouvement

2.1. Loi de la Gravitation universelle

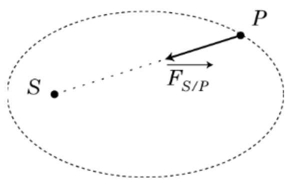
La force qu'exerce A sur B vaut :



- $\overrightarrow{F_{A/B}}$: force d'attraction gravitationnelle exercée par A sur B, $\overrightarrow{u_{AB}}$: vecteur unitaire dirigé de A vers B
- G : constante de gravitation universelle de valeur $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$
- m_A et m_B : masses en kg

2.2. Vecteur accélération du centre d'inertie de la planète

Système : planète de masse *m*, de centre *P* ; référentiel : héliocentrique, galiléen.
La planète est soumise à l'attraction gravitationnelle du Soleil de centre *S*.
La 2ème loi de Newton appliquée au système planète donne : $\overrightarrow{a_P} = -G\frac{M_S}{SP^2}\overrightarrow{u_{SP}}$

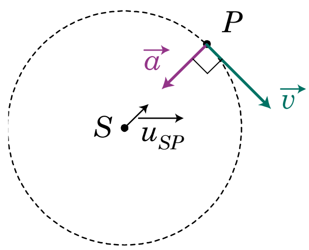


Remarque : l'accélération de la planète (et donc toutes les grandeurs caractéristiques de son mouvement) est **indépendante de sa masse**.

2.3. Cas du mouvement circulaire

L'accélération est **perpendiculaire à la vitesse**, donc $\frac{dv}{dt} = 0$: v = constante.
⇨Si le mouvement d'une planète est circulaire, alors il est uniforme.
La 2nde loi de Newton donne l'expression suivante de l'accélération : $a = G\frac{M_S}{R^2}$

Pour un mouvement circulaire uniforme $a = \frac{v^2}{R}$,on en déduit $v =$



Période de révolution

Dans le cas du mouvement circulaire uniforme on a : $T = \frac{perimetre}{v} = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{M_S G}}$

Cette expression permet de retrouver l'expression de la 3ème loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{M_S G}$, constante indépendant de la planète.