

Le 6 février 2018, la compagnie *SpaceX* d'Elon Musk a transformé le premier vol d'essai de son lanceur lourd *Falcon Heavy* en opération publicitaire. En effet, ce vol inaugural a mis en orbite autour du Soleil une réplique de la voiture électrique *Tesla Roadster* (photographie ci-contre). L'orbite du *Tesla Roadster* est elliptique autour du Soleil et croise celle de la planète Mars. Dans cet exercice, on s'intéresse d'abord à une des innovations majeures de ce vol : le retour des propulseurs sur Terre pour une réutilisation ultérieure. On étudie ensuite les orbites de Mars et du *Tesla Roadster*. Les deux parties sont indépendantes.



A - Le retour des propulseurs latéraux sur Terre

Lors du vol d'essai du *Falcon Heavy* la compagnie *SpaceX* a réussi à récupérer intacts les deux propulseurs latéraux à proximité du décollage, grâce à une manœuvre spécifique.

Données :

➤ Schéma descriptif du lanceur *Falcon Heavy* (ci-contre)

Le lanceur possède 27 moteurs de type *Merlin*, 9 moteurs sur chacun des 3 propulseurs allumés au décollage : le propulseur principal et les deux propulseurs latéraux.

➤ Caractéristiques d'un propulseur latéral

Dimension (longueur × diamètre)	44,6 m × 3,66 m
Masse à vide	22,5 tonnes
Masse au décollage (avec ergols)	433,5 tonnes
Masse à l'atterrissage	25,3 tonnes

➤ Poussée maximale d'un moteur *Merlin* au niveau du sol : 845 kN

La poussée de chacun des moteurs *Merlin* est modulable entre 50% et 100% de la poussée maximale.

➤ Valeur du champ de pesanteur au niveau du site d'atterrissage : $g=9,81\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

La **figure 1** ci-dessous reproduit de façon simplifiée le déroulement de la phase de lancement. Après séparation du propulseur principal, les propulseurs latéraux effectuent une manœuvre de retournement qui leur permet de se mettre dans le même sens qu'au décollage. La descente alterne des phases où des réacteurs sont allumés et des phases où ils sont tous éteints.

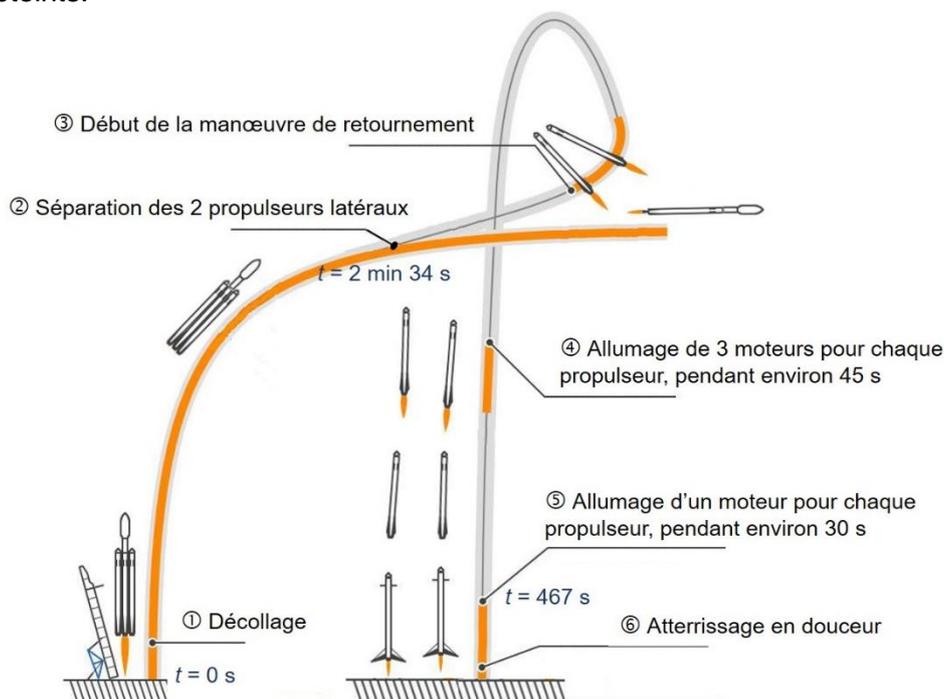
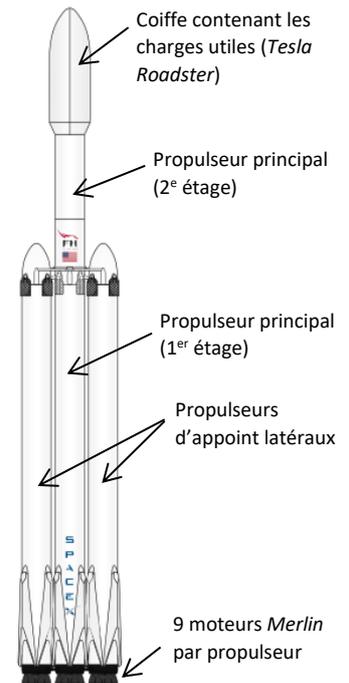


Figure 1 : représentation simplifiée de la récupération des propulseurs latéraux.

On s'intéresse à la phase finale de descente d'un des deux propulseurs, dont on note G le centre de masse. Au cours de cette phase, on considère que le mouvement est vertical. L'origine des dates est prise au décollage. Les évolutions de la norme de la vitesse (notée v) et de l'altitude du point G repérée à l'aide d'un axe (Oz) vertical orienté vers le haut et dont l'origine choisie au sol, sont données ci-dessous toutes les secondes, à partir de la date $t = 420$ s jusqu'à l'atterrissage.

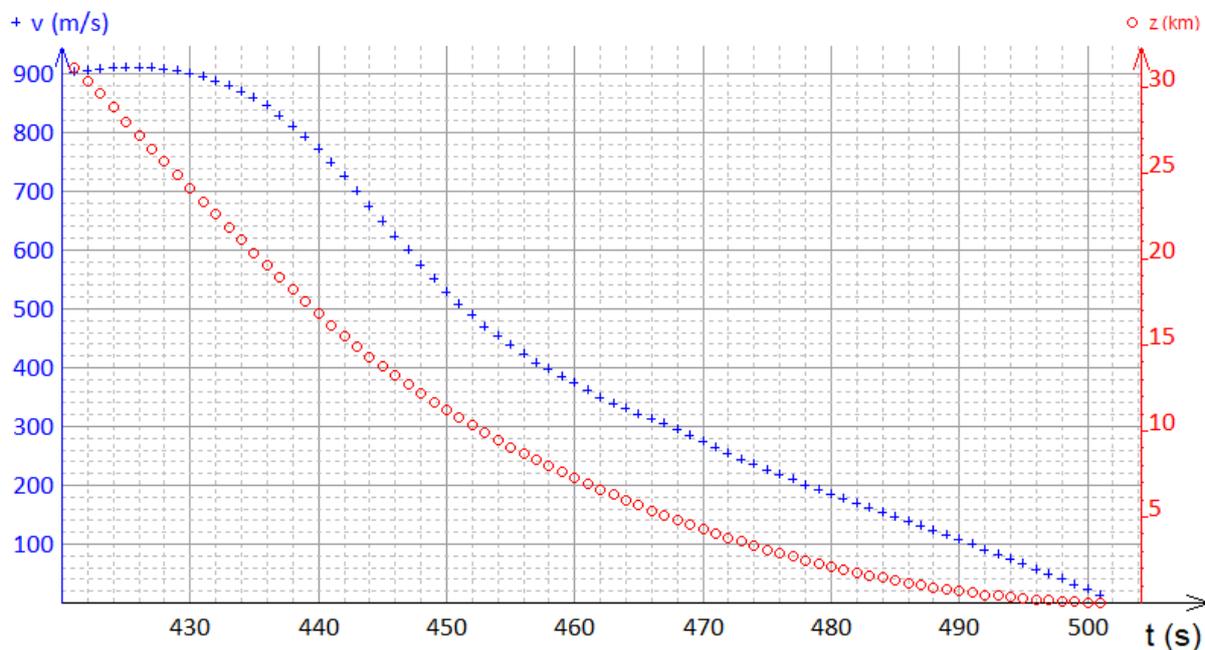


Figure 2 : évolution de la vitesse et de l'altitude d'un propulseur pendant les 80 secondes précédant l'atterrissage (le quadrillage correspond à l'axe de la vitesse).

1. En utilisant le principe d'inertie, interpréter le fait que la vitesse puisse être approximativement constante pendant une certaine durée au cours de la descente alors que les moteurs sont éteints (approximativement entre 420 et 430 s).
2. Lien entre vitesse et altitude.
 - 2.1. Faire un schéma de la situation sur lequel figure l'axe (Oz), son vecteur unitaire \vec{k} , le point G lors de la descente et le vecteur vitesse (sans souci d'échelle).
 - 2.2. Rappeler la définition du vecteur vitesse du point G.
 - 2.3. Établir la relation entre la norme de la vitesse v et l'altitude z , et indiquer qualitativement pourquoi cette relation est en accord avec la **figure 2**.
3. Déterminer graphiquement la norme du vecteur accélération dans la dernière phase de l'atterrissage ($t > 467$ s). On explicitera la démarche.
4. Pour modéliser l'atterrissage dans les quatre dernières secondes, on choisit de considérer que l'action de l'air est négligeable (la vitesse étant alors suffisamment faible) et que la masse du propulseur est constante (masse à l'atterrissage notée M). On note \vec{F} la force dite *de poussée* exercée sur le propulseur grâce au moteur en marche.
 - 4.1. Représenter sur un schéma, sans soucis d'échelle, les forces exercées sur le propulseur. Le schéma devra être en accord avec les réponses aux questions précédentes.
 - 4.2. Exprimer puis évaluer la valeur de la norme de la force de poussée. Discuter le résultat.

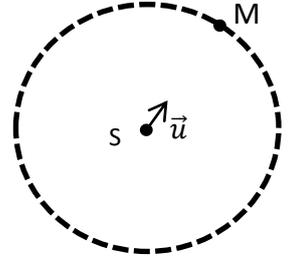
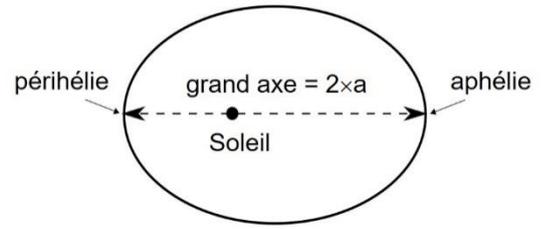
Pour ces questions (4.1. et 4.2.), le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

B - Les mouvements de Mars et du Tesla Roadster

On s'intéresse dans cette partie aux mouvements de Mars et du Tesla Roadster une fois mis en orbite. On considère que la planète Mars a une orbite circulaire autour du Soleil alors que le Roadster a une orbite elliptique.

Données :

- **Constante de gravitation universelle** : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- **Unité astronomique (UA)** : 1 UA = distance moyenne Terre-Soleil = $149,6 \times 10^6 \text{ km}$
- **Masse du Soleil** : $M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
- **Masse de la planète Mars** : $M_M = 6,42 \times 10^{23} \text{ kg}$
- **Rayon de l'orbite de Mars, considérée circulaire** :
 $d_{MS} = 2,28 \times 10^8 \text{ km} = 1,52 \text{ UA}$
- **Masse du Tesla Roadster** : $m = 1,3 \times 10^3 \text{ kg}$
- **Caractéristiques d'une trajectoire elliptique autour du Soleil**
 Le périhélie est le point de la trajectoire le plus proche du Soleil, l'aphélie le point le plus éloigné. La distance entre le périhélie et l'aphélie est le grand axe de l'ellipse de longueur notée $2 \times a$.
- **Trajectoire circulaire du centre de Mars (M) autour du Soleil (centre noté S)**
 \vec{u} est le vecteur unitaire orienté de S vers M



1. Reproduire sur la copie le schéma ci-contre représentant la trajectoire circulaire de Mars autour du Soleil et représenter la force exercée par le Soleil sur Mars.
2. En exploitant la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération du centre de Mars en fonction de G , M_S , d_{MS} et \vec{u} .
3. **3.1.** À l'aide de l'expression du vecteur accélération dans le repère de Frenet, en déduire que le mouvement de Mars, considéré circulaire, est également uniforme dans le référentiel héliocentrique.
3.2. En déduire l'expression puis la valeur de la vitesse de Mars dans ce référentiel.
4. Exprimer la période de révolution de Mars notée T_M . Vérifier par un calcul numérique qu'elle est voisine de 690 jours.

Le projet prévoyait de mettre initialement le Roadster en orbite autour de Mars. Il a finalement été mis en orbite elliptique autour du Soleil, sur une orbite qui croise celle de la planète Mars (**figure 3** ci-dessous).

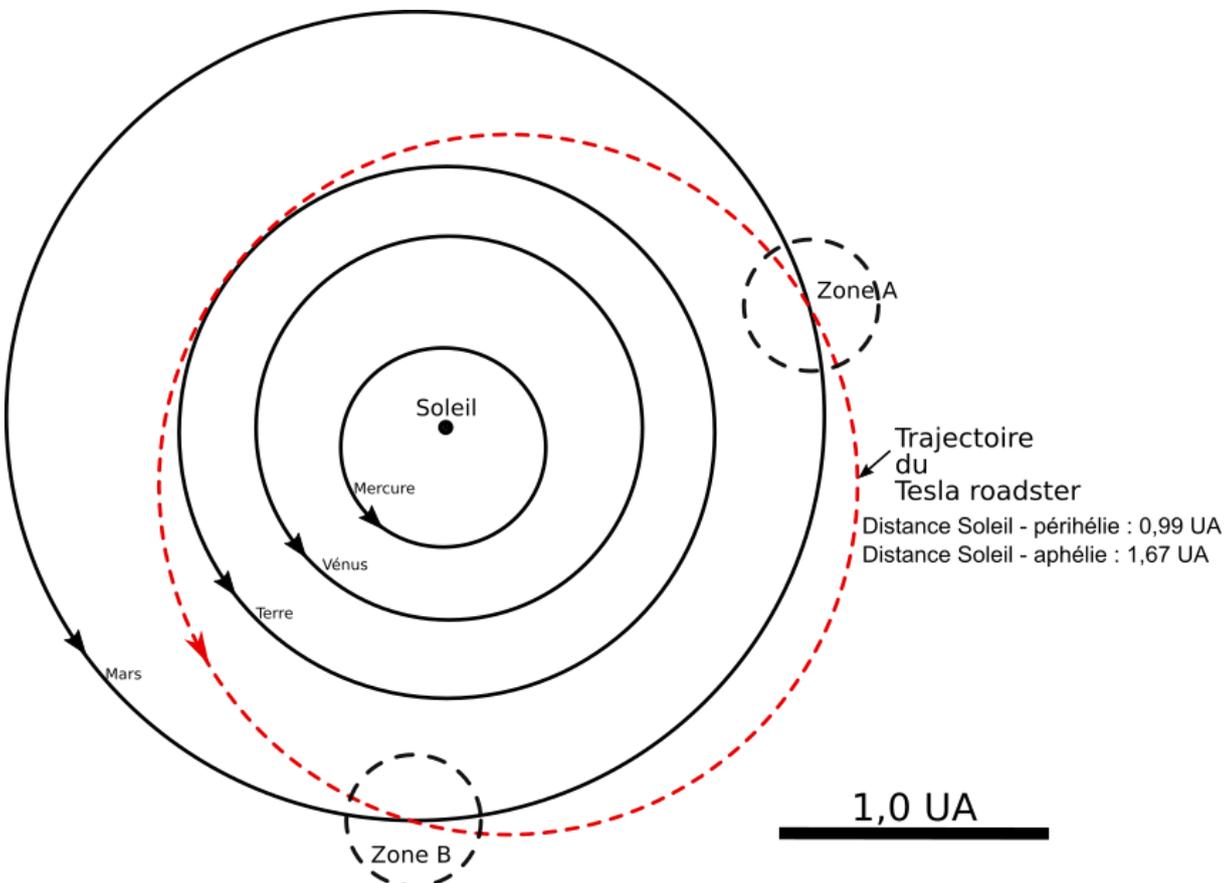


Figure 3 : Trajectoires de quatre planètes et du Tesla Roadster.

5. Indiquer, en exploitant une des lois de Kepler que l'on rappellera, dans quelle zone (A ou B) de la **figure 3** la norme de la vitesse du Roadster augmente dans le référentiel héliocentrique. On explicitera le raisonnement.
6. Énoncer la troisième loi de Kepler dans le cas d'une trajectoire elliptique.

Pour les deux questions suivantes, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

7. À l'aide des informations disponibles et de la troisième loi de Kepler (question 6.), établir la relation littérale entre la période de révolution du Roadster et la période de révolution de Mars calculée à la question 4., puis montrer que la période de révolution du Roadster vaut environ 560 jours.
8. Comme les orbites de Mars et du Tesla Roadster se croisent, il peut arriver que les deux objets célestes passent « près » l'un de l'autre (à l'échelle du système solaire). Après le lancement en février 2018, ce fut le cas en juin 2018 (environ 0,65 UA entre Mars et le Roadster) puis 28 mois plus tard en octobre 2020 (à environ 0,05 UA). En exposant le raisonnement, attribuer chaque zone de croisement (désignées par A ou B sur la **figure 3**) à chacune de ces deux dates.