

Faire une analyse dimensionnelle **Équation aux dimensions / homogénéité**

L'analyse dimensionnelle permet :

- de déterminer l'unité du système international d'une grandeur à partir de son expression en fonction d'autres grandeurs ;
- de savoir si une expression littérale est homogène (alors elle peut être valide) ou non homogène (alors elle est inévitablement fautive)

Les dimensions sont notées avec des majuscules imposées pour les grandeurs correspondant aux 7 unités de base. Par exemple :

Grandeur	temps	masse	longueur	température	intensité	quantité	Intensité lumineuse
Dimension	T	M	L	θ	I	N	J
Unité SI	s	kg	m	K	A	mol	cd

Pour les autres, la dimension s'écrit **dim...**, ou anciennement avec des crochets [...].

Ainsi, la dimension d'une grandeur physique g est notée **dim g** ou **[g]**. Par exemple, si V est une vitesse, on écrira : $\dim V = \frac{L}{T}$ ou $[V] = \frac{L}{T}$

Un angle n'a pas de dimension, les arguments des fonctions usuelles (sinus, cosinus, exponentielle, logarithme,...) n'ont pas de dimension.

ATTENTION : il ne faut pas confondre dimension et unité.

Méthode à suivre lorsqu'on demande dans un énoncé de trouver la dimension d'une grandeur ou de vérifier l'homogénéité :

Rédaction : « On écrit une équation aux dimensions : »

- 1) On cherche des équations (lois physiques) qui lient les grandeurs dont on veut déterminer la dimension à des grandeurs de dimension connue.
- 2) On écrit cette relation avec les dimensions pour trouver la dimension recherchée.

Exercices

1) Donner les dimensions des grandeurs suivantes puis en déduire leur unité SI.

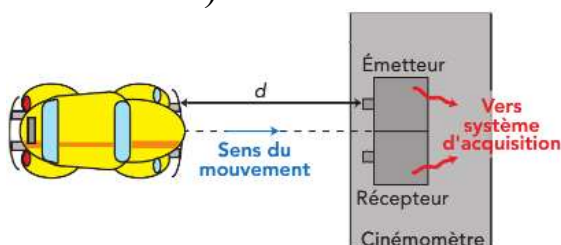
- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------|
| a) g , champ de pesanteur terrestre | c) Force |
| b) énergie | d) $2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ |

2) Montrer que la formule donnant la célérité d'une onde en eau profonde

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}}$$

est homogène

3) Effet Doppler. Déterminer la relation correcte parmi les 4 proposées, à partir d'une analyse dimensionnelle (V_S : vitesse des ultrasons, V : vitesse du véhicule).



(A) $f_E = f_R \cdot \left(2V - \frac{V}{V_S}\right)$;	(B) $f_R = V \cdot \left(f_E - \frac{2V}{V_S}\right)$;
(C) $f_E = f_R \cdot \left(1 - \frac{2V}{V_S}\right)$;	(D) $f_E = f_R \cdot \left(\frac{2V}{V_S} + 1\right)$.