

Mesures et incertitudes

1. Erreurs et incertitudes

1.1. Erreurs de mesures

Définition : Lors de la mesure d'une grandeur physique X , la valeur obtenue, appelée **valeur mesurée** et notée x_{mes} , n'est jamais rigoureusement égale à la valeur vraie (la valeur qui ne sera jamais connue qu'on trouverait avec une mesure parfaite). L'écart entre la valeur mesurée et la valeur vraie est l'**erreur de mesure**.

Les sources d'erreur

La *qualité de l'instrument de mesure*, son *maniement* par l'expérimentateur ou la *variabilité de la grandeur mesurée* sont les principales causes d'erreurs de mesure.

On distingue ainsi les erreurs aléatoires (pouvant être elles-mêmes dues aux fluctuations de la grandeur mesurée ou aux fluctuations de la méthode) des erreurs systématiques liées à l'appareil de mesure (des indications sont alors fournies par le constructeur pour estimer l'incertitude). Pour plus de détails, voir §B page 583.

1.2. Incertitude de mesure et intervalle de confiance

Définition de l'incertitude de mesure

L'erreur de mesure est impossible à connaître, la valeur vraie de la grandeur mesurée étant elle-même impossible à connaître. Il existe cependant diverses méthodes permettant d'obtenir une *estimation de cette erreur*. Une telle estimation est appelée **incertitude de mesure**.

L'incertitude sur la mesure d'une grandeur X est notée :

- $U(X)$: c'est la notation officielle, de l'anglais « *uncertainty* »
- ΔX : notation non officielle mais encore utilisée parfois

Intervalle de confiance :

→ **Définition :** L'intervalle de confiance est l'intervalle dans lequel la valeur vraie de la grandeur mesurée a une certaine probabilité de se trouver.

Cette probabilité est le **niveau de confiance** que l'on se fixe, il doit toujours être précisé.

→ **Par exemple :** l'intervalle de confiance associé au niveau de confiance de 95% (souvent choisi en physique) est l'intervalle dans lequel la valeur vraie a 95% de chances de se trouver.

Incertitude et intervalle de confiance :

Avec un niveau de confiance de 95%, il est équivalent de dire :

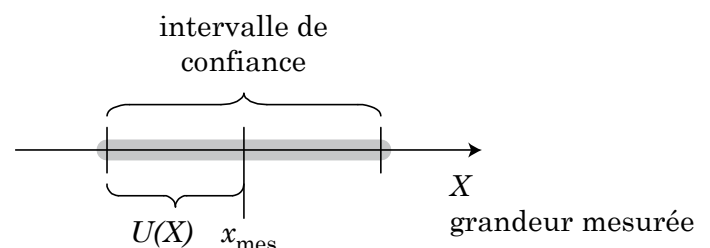
« L'incertitude sur la mesure de X vaut $U(X)$ »

et

« La valeur de X a 95% de chance d'être comprise entre $x_{mes} - U(X)$ et $x_{mes} + U(X)$ »

Présentation d'un résultat :

On écrira ainsi une valeur mesurée : $X = x_{mes} \pm U(X)$



1.3. Incertitudes relatives

On appelle **incertitude relative** le quotient : $\frac{U(X)}{x_{mes}}$. Elle est souvent exprimée sous la forme d'un pourcentage. Plus l'incertitude relative est élevée, moins la mesure est précise.

2. Comment déterminer une incertitude ?

L'incertitude d'une mesure effectuée une seule fois conjugue deux sources d'informations (voir §B p.585)

- des informations techniques sur l'instrument données par le fabricant de l'instrument de mesure ;
- des informations subjectives sur l'appréciation de la façon dont la mesure a été effectuée.

2.1. Utilisation des chiffres significatifs

L'utilisation des chiffres significatifs est une façon simplifiée de prendre en compte l'incertitude sur une grandeur mesurée. C'est la méthode qu'on utilise en l'absence d'autres indications.

Exemples :

- Pour une valeur de distance $d = 47$ mm, on considère que l'intervalle de confiance est [46,5 mm ; 47,5 mm]. L'incertitude associée à l'écriture de d est donc $U(d) = 0,5$ mm. On écrit $d = (47,0 \pm 0,5)$ mm.
- Pour une valeur de masse $m = 21,3$ kg, l'intervalle de confiance est [21,25 kg ; 21,35 kg]. L'incertitude associée à l'écriture de m est donc $U(m) = 0,05$ kg. On écrit $m = (21,30 \pm 0,05)$ kg.

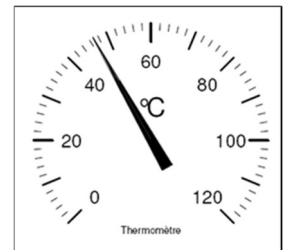
2.2. Mesure unique avec un instrument de mesure gradué

Dans le cas où l'appareil de mesure est gradué, l'incertitude de lecture est au mieux égale à la moitié de la plus petite graduation de l'appareil.

Exemple :

Les graduations du thermomètre ci-contre correspondent à 2°C, l'incertitude sur une mesure de température vaut donc au mieux $U(T) = 1$ °C.

Le résultat de cette mesure s'écrit donc : $T = (47 \pm 1)$ °C.



2.3. Mesure unique avec un instrument de mesure à affichage numérique

Si le constructeur ne fournit pas d'indication particulière, l'incertitude sur la mesure est égale au plus petit écart possible entre deux valeurs mesurées.

Exemple :

Lorsque la valeur affichée par le thermomètre ci-dessous est stable, l'incertitude sur la mesure d'une température vaut au mieux $\Delta T = 0,1$ °C.

Le résultat de cette mesure s'écrit donc : $T = (37,0 \pm 0,1)$ °C



2.4. Mesures multiples

Lorsque N mesures sont effectuées, la meilleure valeur à retenir pour la grandeur mesurée est la valeur moyenne, notée \bar{m} , des mesures effectuées (après avoir éliminé les valeurs aberrantes si besoin).

L'estimation de l'incertitude nécessite alors un **traitement statistique**. L'incertitude est alors un multiple de l'écart-type, multiple qui dépend du nombre N . Voir §A page 584

L'écart type σ se calcule à l'aide des fonctions statistiques d'une calculatrice ou d'un tableur.

2.5. Grandeur calculée

Dans le cas d'une grandeur calculée, à partir de plusieurs grandeurs mesurées, l'incertitude se calcule avec une relation qui sera donnée dans l'exercice.

3. Comment écrire le résultat d'une mesure ?

La valeur d'une grandeur physique doit être écrite afin que le dernier chiffre écrit soit le **seul chiffre entaché d'erreur**.

Règles :

- On ne garde **qu'un seul chiffre significatif pour l'incertitude**.
- Pour l'estimation de la grandeur mesurée, on prend comme dernier CS celui de même position que celui de l'incertitude.

→ **Exemple :** si la mesure d'une résistance donne une valeur $r = 100,251389$ Ω avec une incertitude $\Delta R = 0,812349\Omega$, on écrit alors le résultat sous la forme : $R = (100,3 \pm 0,8)$ Ω .