Analyse énergétique de situations mécaniques

1. L'énergie cinétique : une énergie stockée

L'énergie cinétique d'un système représenté par un point est l'énergie qu'il stocke du fait de son mouvement (en Grec, *kinêtikos* signifie *mobile*).

Cette énergie s'exprime en joule (J) et s'exprime par : $\boxed{Ec = \frac{1}{2}mv^2}$

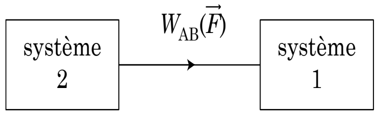
m est la masse du système (kg) et v la vitesse du point représentant le système ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)

2. Le travail d'une force : un mode de transfert d'énergie

2.1. Définition du travail

Le travail est un **mode de transfert d'énergie** entre deux systèmes qui interagissent mécaniquement. Le travail s'exprime en joule (J).

Si le système étudié est soumis à une force $\vec{F}$ et se déplace entre deux positions A et B, le travail qu'il reçoit est noté $W_{AB}(\vec{F})$ et se nomme : **travail de la force $\vec{F}$ sur le trajet AB.**

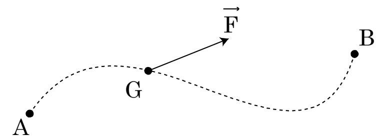


Expression du travail d'une force CONSTANTE sur un trajet donné :

Si une force $\vec{F}$ est exercée sur un système qui se déplace d'une position A à une position B, le travail **reçu** par le système s'exprime :

$W_{AB}(\vec{F}) =$ . . . .

α étant l'angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$.



Un travail est **moteur** s'il est **positif** : un système qui reçoit de l'énergie par un travail moteur **gagne de l'énergie cinétique** (donc de la vitesse). *Le travail est moteur si α < 90°*

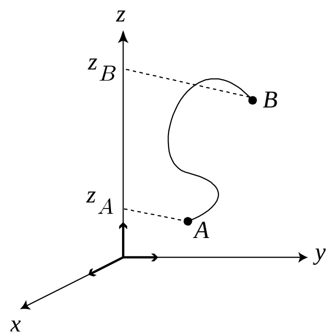
Un travail est **résistant** s'il est **négatif** : un système qui reçoit de l'énergie par un travail négatif **cède de l'énergie cinétique** (donc perd de la vitesse). *Le travail est résistant si 90° < α < 180°.*

2.2. Travaux de quelques forces particulières

▶ Le travail du poids

Le « travail du poids » représente l'énergie qu'un système reçoit de la part de la Terre au cours de son mouvement.
Comme le poids est une force constante, on a :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = -mg(z_B - z_A)$$

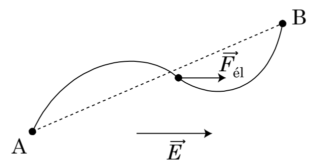


Remarques sur le travail du poids :
- il ne dépend que de la variation d'altitude du centre d'inertie du système ;
- il est moteur pour un système dont l'altitude diminue ;
- il est résistant pour un système dont l'altitude augmente.

▶ Le travail de la force électrostatique constante

Système portant une charge q, en mouvement dans une zone où règne un champ électrique $\vec{E}$ constant (donc force constante).

$$W_{AB}(\overrightarrow{F_{él}}) = \overrightarrow{F_{él}} \cdot \overrightarrow{AB} = q\vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$$

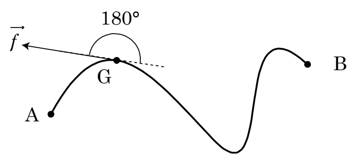


Pour un champ électrostatique constant, le produit scalaire $\vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$ est appelé **tension électrique** U_{AB} entre les points A et B. D'où, finalement : $W_{AB}(\overrightarrow{F_{él}}) = qU_{AB} = q(V_A - V_B)$

Unités : q en C ; U_{AB} (tension électrique entre A et B) en V

▶ Le travail d'une force de frottement de valeur constante

Force de frottement exercée par un fluide : direction **tangente à la trajectoire**, **sens opposé** au mouvement. La valeur f de la force est constante si la vitesse est constante. $W_{AB}(f) = -f \times \widetilde{AB}$



$\widetilde{AB}$ étant la **distance totale** parcourue le long de la trajectoire.

Remarques Le travail d'une force de frottement est toujours résistant, dépend du chemin suivi entre A et B, est d'autant plus résistant que la distance parcourue est grande.

2.3. Travail et énergie stockée : théorème de l'énergie cinétique

Le travail reçu par un système est stocké sous forme d'énergie cinétique : $Ec_B - Ec_A = \sum W_{AB}(\vec{F})$

Cette relation est appelée « théorème de l'énergie cinétique » et se démontre à l'aide de la 2ème loi de Newton, elle lui est donc équivalente.

3. Forces conservatives et énergie potentielle

3.1. Forces conservatives

Définition :
Une force est dite conservative si l'expression du travail de cette force ne dépend pas du chemin suivi (mais seulement de la valeur de la force et des positions initiales et finales du système).

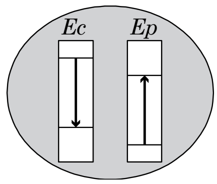
3.2. Définition de l'énergie potentielle

Un système soumis à une force conservative dont le travail est résistant perd de l'énergie cinétique. Cette énergie perdue peut être restituée si le système effectue le trajet inverse. Cette énergie n'est donc plus cinétique mais est toujours stockée par le système. Cette forme de stockage d'énergie est appelée **énergie potentielle**.

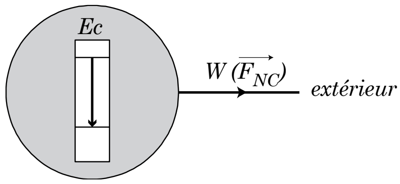
La variation de l'énergie potentielle du système soumis à une force conservative $\overrightarrow{F_C}$ est égale à l'opposé du travail de cette force :

$$\mathrm{W_{AB}}\left(\vec{\mathrm{F}}_\mathrm{c}\right) = \mathrm{Ep_A} - \mathrm{Ep_B} \text{ ou encore } \mathrm{Ep_B} - \mathrm{Ep_A} = -\,\mathrm{W_{AB}}\left(\vec{\mathrm{F}}_\mathrm{c}\right)$$

Sens physique de l'énergie potentielle :



- Si un système est soumis à une **force conservative** dont le travail est résistant :
  - → son énergie cinétique diminue (la variation d'énergie cinétique est égale au travail de cette force) ;
  - → l'énergie cinétique perdue est **convertie en énergie potentielle** : sur le trajet inverse, cette énergie redeviendrait cinétique.
- Si un système est soumis à une **force non conservative** dont le travail est résistant :
  - → son énergie cinétique diminue (la variation d'énergie cinétique est égale au travail de cette force) ;
  - → L'énergie correspondant à cette diminution est **cédée à l'extérieur**. Sur le trajet inverse, cette énergie n'est pas restituée.



3.3. L'énergie potentielle de pesanteur

À toute force conservative est associée une énergie potentielle.
L'énergie potentielle *de pesanteur* est l'énergie potentielle associée au poids du système. Elle concerne donc les systèmes **en interaction avec la Terre**.
Si un système passe d'une altitude z_A à une altitude z_B, le travail du poids vaut :

$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = -mg(z_B - z_A)$$

L'énergie potentielle de pesanteur a donc varié de : $Ep_{pB} - Ep_{pA} = -W_{AB}\left(\vec{P}\right) = mg(z_B - z_A)$
Il est usuel de considérer une altitude de référence $z = 0$ pour laquelle $Ep_p = 0$. L'énergie potentielle de pesanteur du système à une position d'altitude z vaut donc :

$$Ep_p - 0 = mg(z - 0) \text{ donc } \boxed{Ep_p = mgz}$$

- ▷ Ep_p : énergie potentielle de pesanteur (en J)
- ▷ m : masse du système (en kg)
- ▷ $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$: champ de pesanteur uniforme
- ▷ z : altitude par rapport à une référence (en m)

4. L'énergie mécanique et sa conservation

4.1. Définition de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique : somme de l'énergie cinétique du système et de ses énergies potentielles.

$$\boxed{E_m = E_c + \sum E_p}$$

4.2. Conservation de l'énergie mécanique

On considère un système soumis :
→ à des forces conservatives de résultante $\overrightarrow{F_C}$
→ à des forces non conservatives de résultante $\overrightarrow{F_{NC}}$

La variation de son énergie mécanique entre deux positions A et B vaut :

$$Em_B - Em_A = \underbrace{Ec_B - Ec_A}_{\substack{travaux\ de \\ TOUTES\ les\ forces}} + \underbrace{\sum Ep_B - \sum Ep_A}_{\substack{-travaux\ des\ forces \\ CONSERVATIVES}} = W_{AB}\left(\overrightarrow{F_C}\right) + W_{AB}\left(\overrightarrow{F_{NC}}\right) - W_{AB}\left(\overrightarrow{F_C}\right) = W_{AB}\left(\overrightarrow{F_{NC}}\right)$$

$$\boxed{Em_B - Em_A = W_{AB}\left(\overrightarrow{F_{NC}}\right)}$$

Conclusion :

- Si un système n'est soumis qu'à des forces conservatives, son énergie mécanique est constante (ΔEm = 0), le travail des forces conservatives correspond à un changement de forme d'énergie : il y a transfert de l'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement
- S'il est soumis à des forces non conservatives, la variation de son énergie mécanique est égale à leur travail. Le travail des forces conservatives correspond alors à un transfert d'énergie vers l'extérieur.

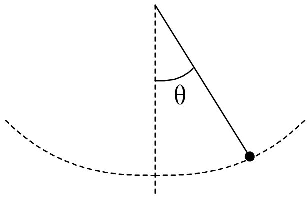
5. Phénomènes périodiques et mesure du temps

5.1. Oscillateurs

Un système mécanique est un oscillateur si :
- il possède une position d'équilibre
- il en est écarté, il oscille autour de cette position et finit par y revenir.
- au moins une des grandeurs qui décrivent un oscillateur évolue de manière périodique.

→ Le pendule simple est un **exemple** d'oscillateur

Le pendule simple est un modèle qui permet de décrire certains oscillateurs. Le pendule simple est un système composé d'un fil inextensible dont l'une des extrémités est fixe et l'autre extrémité est liée à un solide. Le solide a une taille négligeable devant celle du fil et le fil une masse négligeable devant celle du solide.



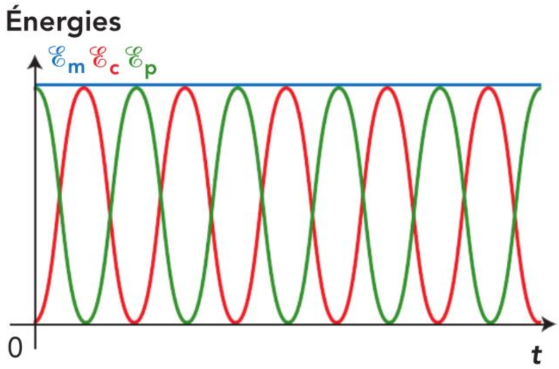
Une des grandeurs qui évolue de manière périodique est l'angle θ entre le fil et la verticale. La période des "petites" oscillations (amplitude pas trop grande) ne dépendant que de la longueur et du champ de pesanteur g, elle peut constituer un étalon pour la mesure de durées.

5.2. Transferts énergétiques au sein d'un oscillateur

Cas où l'énergie mécanique est conservée

Si toutes les forces s'exerçant sur l'oscillateur sont conservatives, on peut interpréter son mouvement comme une suite de conversions de son énergie potentielle en énergie cinétique, puis en énergie potentielle, et ainsi de suite, **sans perte vers l'extérieur** : **l'énergie mécanique du système est constante**.

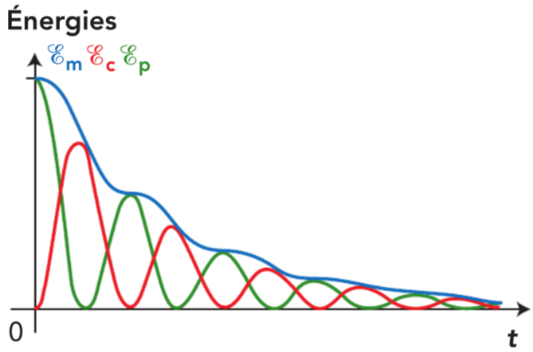
Cette description s'applique, par exemple, à un pendule sur lequel s'exerce une force de frottement suffisamment faible.



Cas de l'oscillateur amorti

Lorsque des forces non conservatives ont un travail non nul, l'énergie mécanique du système varie.

S'il s'agit d'une force dont le travail est résistant, comme une force de frottement, l'énergie mécanique décroît. Cela indique qu'à chaque conversion de l'énergie potentielle en énergie cinétique (ou l'inverse), **une partie de l'énergie du système est cédée à l'extérieur** : **l'énergie mécanique du système diminue**.



Cette description s'applique, par exemple, au pendule simple lorsque son mouvement est amorti sous l'effet d'une force de frottement.