



Chapitre C5 - Corrections

CAPEXO 1.

On considère un objet se déplaçant à la vitesse $v = 0,50 c$ par rapport à un référentiel galiléen R.

On considère deux événements ayant lieu au même endroit dans le référentiel lié à l'objet. Dans ce référentiel, la durée entre les 2 événements est $\tau = 10$ s. Déterminer la durée τ' entre les 2 événements dans le référentiel R.

Le référentiel lié à l'objet est le référentiel propre pour les 2 événements considérés, puisqu'ils y ont lieu au même endroit, donc τ est une durée propre.

La durée τ' entre les 2 événements dans R est une durée impropre et :

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{10}{\sqrt{1 - \frac{0,50^2 \times c^2}{c^2}}} = \frac{10}{\sqrt{1 - 0,50^2}} = 11 \text{ s}$$

CAPEXO 2.

On considère un objet se déplaçant à la vitesse $v = 1,8 \cdot 10^5$ km/s par rapport à un référentiel galiléen R. On considère deux événements ayant lieu au même endroit dans le référentiel lié à l'objet. Dans ce référentiel, la durée entre les 2 événements est $\tau = 1\text{h}20$ min. Déterminer la durée τ' entre les 2 événements dans le référentiel R.

Même raisonnement que pour l'exercice 1.

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{80}{\sqrt{1 - \frac{(1,8 \times 10^5)^2}{(3,9 \times 10^5)^2}}} = \frac{80}{\sqrt{1 - \frac{1,8^2}{3,9^2}}} = 100 \text{ min} = 1\text{h}40$$

CAPEXO 3.

On considère un objet se déplaçant à la vitesse $v = 0,90 c$ par rapport à un référentiel galiléen R. On considère deux événements ayant lieu au même endroit dans le référentiel R. Dans R, la durée entre les 2 événements est $\tau = 60$ s. Déterminer la durée τ' entre les 2 événements dans le référentiel lié à l'objet.

Ici, c'est le référentiel R qui est le référentiel propre pour les 2 événements considérés, puisqu'ils y ont lieu au même endroit, et τ est encore une durée propre.

La durée τ' entre les 2 événements dans le référentiel lié à l'objet est une durée impropre et :

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{60}{\sqrt{1 - \frac{0,90^2 \times c^2}{c^2}}} = \frac{60}{\sqrt{1 - 0,90^2}} = 1,4 \times 10^2 \text{ s}$$

CAPEXO 4.

On considère un objet se déplaçant à la vitesse $v = 0,80 c$ par rapport à un référentiel galiléen R. On considère deux événements ayant lieu au même endroit dans le référentiel lié à l'objet. Dans R, la durée entre ces 2 événements est $\tau = 1,0$ h. Déterminer la durée τ' entre les 2 événements dans le référentiel lié à l'objet.

Le référentiel lié à l'objet est le référentiel propre pour les 2 événements considérés, puisqu'ils y ont lieu au même endroit, donc τ (durée dans R) est une durée impropre.

La durée τ' entre les 2 événements dans le référentiel lié à l'objet est une durée propre et :

$$\tau' = \tau \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1,0 \times \sqrt{1 - \frac{0,80^2 \times c^2}{c^2}} = 0,6 \text{ h} = 36 \text{ min}$$

CAPEXO 5.

On considère un objet se déplaçant à la vitesse v par rapport à un référentiel galiléen R. On considère deux événements ayant lieu au même endroit dans le référentiel lié à l'objet. Dans ce référentiel, la durée entre les deux événements est $\tau = 10$ s alors que dans R, la durée entre les 2 événements est $\tau' = 20$ s. Déterminer la vitesse v de l'objet.

τ est une durée propre et τ' une durée impropre, donc la relation qui les lie est : $\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

On élève cette relation au carré, puis on isole v ...

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{\tau^2}{\tau'^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{\tau}{\tau'}\right)^2$$



$$\text{Enfin, } v = c \times \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau'}\right)^2} = c \times \sqrt{1 - \left(\frac{10}{20}\right)^2} = 0,87 \times c = 2,6 \times 10^8 \text{ m/s}$$

CAPEXO 6. Des électrons entrent dans un long tube qu'ils parcourent à vitesse constante. À la sortie du tube, ils entrent en collision avec d'autres particules. Dans le référentiel du laboratoire, la durée nécessaire pour qu'un électron traverse le tube est $1,0 \cdot 10^{-5}$ s.

- a. On considère les 2 événements suivants :
- événement 1 : l'électron rentre dans le tube ;
 - événement 2 : l'électron ressort du tube.

Quel est le référentiel propre pour ces événements ?

- b. Sachant que la durée propre de traversée du tube est de $T_0 = 1,0 \cdot 10^{-10}$ s, déterminer la vitesse v des électrons dans le référentiel du laboratoire et commenter ce résultat.
- c. Expliquer pourquoi il est possible de dire que pour l'électron, le tube paraît moins long qu'en réalité. Si L est la longueur du tube, quelle est la longueur L_0 « vue » par l'électron ?
- a. Dans le référentiel lié à l'électron, celui-ci reste immobile donc les 2 événements ont lieu au même endroit. Le référentiel propre est donc celui lié à l'électron et le laboratoire est le référentiel impropre.
- b. On connaît la durée propre : $T_0 = 1,0 \cdot 10^{-10}$ s et la durée impropre $T = 1,0 \cdot 10^{-5}$ s, on peut donc en déduire la vitesse v .

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Leftrightarrow T^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = T_0^2 \Leftrightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{T_0^2}{T^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{T_0^2}{T^2} \Leftrightarrow v = c \sqrt{1 - \frac{T_0^2}{T^2}} \Leftrightarrow v = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \frac{(10^{-10})^2}{(10^{-5})^2}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

Les électrons vont quasiment à la vitesse de la lumière.

- c. Si on applique la relation entre vitesse et distance parcourue en fonction du temps, on a les relations dans les deux référentiels :
- $c = L_0 / T_0$ (référentiel électron) et $c = L / T$ (référentiel laboratoire)
- De l'égalité de ces deux relations, on en déduit :
- $L_0 = L \times T_0 / T$

Comme le temps propre est plus petit que le temps impropre, on en déduit que $L_0 < L$, il y a bien contraction des longueurs. Pour l'électron le tube paraît donc moins long !

CAPEXO 7. Dans le référentiel terrestre (considéré comme galiléen), un proton en mouvement rectiligne se déplace à la vitesse $v = 0,900 c$ pendant une durée $\Delta t = 6,6$ ns. Quelle est la durée $\Delta t'$ du trajet dans le référentiel du proton ?

On considère les 2 événements :

- début du trajet
- fin du trajet du proton.

Ils ont lieu au même endroit dans le référentiel du proton. La durée $\Delta t'$ du trajet dans ce référentiel est donc une durée propre et Δt est une durée impropre.

$$\Delta t' = \Delta t \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 6,6 \times 10^{-9} \times \sqrt{1 - 0,900^2} = 2,9 \times 10^{-9} \text{ s.}$$

CAPEXO 8. Un train imaginaire traverse un tunnel rectiligne à vitesse constante, dans un référentiel galiléen R . Dans ce référentiel, la vitesse train est $v = 250\,000$ km/s et la durée de la traversée est $\Delta t = 10$ min. Quelle est la durée $\Delta t'$ de la traversée pour un voyageur du train ?

On considère les 2 événements :

- le train entre dans le tunnel
- le train sort du tunnel.

Ils ont lieu au même endroit dans le référentiel du train. La durée $\Delta t'$ du trajet dans ce référentiel est donc une durée propre et Δt est une durée impropre.

$$\Delta t' = \Delta t \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 10 \times \sqrt{1 - \frac{250000^2}{300000^2}} = 5,5 \text{ min}$$